

◇ 数 学

数 7－1～数 7－4 まで 4 ページあります。

① 次の問いに答えよ。

[1] $|x| + |x - 3| = x + 3$ の解は

$$x = \boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \quad \text{ただし, } \boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}}$$

である。

[2] 実数 a, b, c を定数とする。

放物線 $C: y = ax^2 + bx + c$ が 3 点 $(-1, 5), (-2, -3), (1, 9)$ を通るとき,

$$a = -\boxed{\text{ウ}}, b = \boxed{\text{エ}}, c = \boxed{\text{オ}}$$

であるから、放物線 C の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{2}, \frac{\boxed{\text{キク}}}{2} \right)$$

である。

[3] 10 進法で表された 291 について,

291 を 5 進法で表すと,

$$\boxed{\text{ケコサシ}}_{(5)}$$

また、291 を n 進法で表すと $564_{(n)}$ になるとき,

$$n = \boxed{\text{ス}}$$

である。

② 1 から 10 までの 10 個の自然数から異なる 3 つの数を選ぶとき,

(1) 5 の倍数を少なくとも 1 つ含む選び方は

セソ

 通り

である。

(2) 5 の倍数を含み, かつ, 偶数は含まれない選び方は

タ

 通り

である。

(3) 3 つの数の和が偶数で, 3 つの数の積が 12 の倍数となるような選び方は

チツ

 通り

である。

③ $AB = 2$, $AD = 3$, $AE = 1$ の直方体 ABCD-EFGH がある。

頂点 A , F , H を結んだ $\triangle AFH$ において,

$$AF = \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$$

$$AH = \sqrt{\boxed{\text{トナ}}}$$

$$FH = \sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}$$

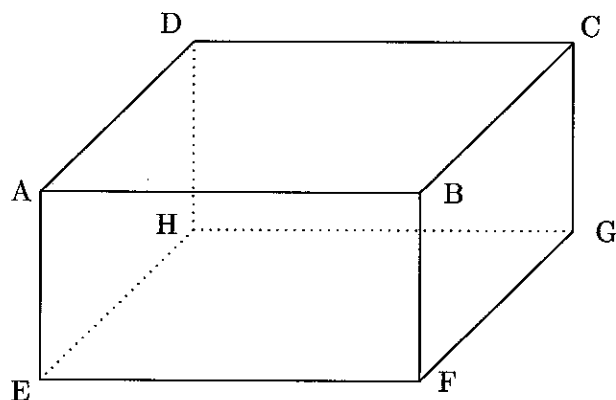
であるから,

$$\cos \angle FAH = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$$

となる。また, $\triangle AFH$ の面積を S とすると,

$$S = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$$

となる。



④ 整数 n, k について,

$n = 5k$ のとき,

$$n^2 = 5 \left(\boxed{\text{へ}} k^2 \right)$$

$n = 5k \pm 1$ のとき,

$$n^2 = 5 \left(\boxed{\text{へ}} k^2 \pm \boxed{\text{ホ}} k \right) + \boxed{\text{マ}}$$

$n = 5k \pm 2$ のとき,

$$n^2 = 5 \left(\boxed{\text{へ}} k^2 \pm \boxed{\text{ミ}} k \right) + \boxed{\text{ム}}$$

よって, n^2 を 5 で割ったときの余りは, $\boxed{\text{メ}}$ または $\boxed{\text{モ}}$ または $\boxed{\text{ヤ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{メ}} < \boxed{\text{モ}} < \boxed{\text{ヤ}}$

したがって, n^4 を 5 で割ったときの余りは, $\boxed{\text{ユ}}$ または $\boxed{\text{ヨ}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{ユ}} < \boxed{\text{ヨ}}$

また, 2023^{128} を 5 で割ったときの余りは,

$\boxed{\text{ラ}}$ であり,

128^{2023} を 5 で割ったときの余りは,

$\boxed{\text{リ}}$ である。